

\$SPAD/input schaum14.input

Timothy Daly

June 15, 2008

## Contents

1	[1]:14.299	$\int \frac{dx}{x^3 + a^3}$	3
2	[1]:14.300	$\int \frac{x dx}{x^3 + a^3}$	5
3	[1]:14.301	$\int \frac{x^2 dx}{x^3 + a^3}$	6
4	[1]:14.302	$\int \frac{dx}{x(x^3 + a^3)}$	7
5	[1]:14.303	$\int \frac{dx}{x^2(x^3 + a^3)} dx$	9
6	[1]:14.304	$\int \frac{dx}{(x^3 + a^3)^2}$	11
7	[1]:14.305	$\int \frac{x dx}{(x^3 + a^3)^2}$	13
8	[1]:14.306	$\int \frac{x^2 dx}{(x^3 + a^3)^2}$	15
9	[1]:14.307	$\int \frac{dx}{x(x^3 + a^3)^2}$	16
10	[1]:14.308	$\int \frac{dx}{x^2(x^3 + a^3)^2} dx$	18
11	[1]:14.309	$\int \frac{x^m dx}{x^3 + a^3}$	19
12	[1]:14.310	$\int \frac{dx}{x^n(x^3 + a^3)}$	20

1 [1]:14.299  $\int \frac{dx}{x^3 + a^3}$

$$\int \frac{1}{x^3 + a^3} = \frac{1}{6a^2} \ln \frac{(x+a)^2}{x^2 - ax + a^2} + \frac{1}{a^2\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x - a}{a\sqrt{3}}$$

```

(*)≡
)spool schaum14.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all

--S 1
aa:=integrate(1/(x^3+a^3),x)
--R
--R
--R
--R
--R
--R              +-+
--R              2      2      +-+
--R      - \|3 log(x  - a x + a ) + 2\|3 log(x + a) + 6atan(-----)
--R                                                              +-+
--R                                                              (2x - a)\|3
--R                                                              3a
--R      (1) -----
--R
--R              2 +-+
--R              6a \|3
--R
--R              Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 2
bb:=1/(6*a^2)*log((x+a)^2/(x^2-a*x+a^2))+1/(a^2*sqrt(3))*atan((2*x-a)/(a*sqrt(3)))
--R
--R
--R              2      2      +-+
--R              x  + 2a x + a      +-+      (2x - a)\|3
--R      log(-----) + 2\|3 atan(-----)
--R              2      2      3a
--R              x  - a x + a
--R      (2) -----
--R
--R              2
--R              6a
--R
--R              Type: Expression Integer
--E

--S 3
cc:=aa-bb
--R
--R
--R              2      2
--R              x  + 2a x + a
--R      - log(x  - a x + a ) + 2log(x + a) - log(-----)

```

```

--R
--R
--R      2      2
--R      x  - a x + a
--R (3) -----
--R      2
--R      6a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 4      14:299 Schaums and Axiom agree

```

```

dd:=expandLog cc

```

```

--R
--R (4)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

2 [1]:14.300  $\int \frac{x dx}{x^3 + a^3}$

$$\int \frac{x}{x^3 + a^3} = \frac{1}{6a} \ln \frac{x^2 - ax + a^2}{(x+a)^2} + \frac{1}{a\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x-a}{a\sqrt{3}}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 5
aa:=integrate(x/(x^3+a^3),x)
--R 
--R 
--R                                     +-+
--R      +-+      2      2      +-+      (2x - a)\|3
--R      \|3 log(x  - a x + a ) - 2\|3 log(x + a) + 6atan(-----)
--R                                                           3a
--R (1) -----
--R                                                           +-+
--R                                                           6a\|3
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 6
bb:=1/(6*a)*log((x^2-a*x+a^2)/(x+a)^2)+1/(a*sqrt(3))*atan((2*x-a)/(a*sqrt(3)))
--R 
--R      2      2      +-+
--R      x  - a x + a      (2x - a)\|3
--R      log(-----) + 2\|3 atan(-----)
--R      2      2      3a
--R      x  + 2a x + a
--R (2) -----
--R                                     6a
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 7
cc:=aa-bb
--R 
--R      2      2      2      2
--R      x  - a x + a      x  - a x + a
--R      log(x  - a x + a ) - 2log(x + a) - log(-----)
--R      2      2
--R      x  + 2a x + a
--R (3) -----
--R                                     6a

```

```
--R                                         Type: Expression Integer
--E
```

```
--S 8      14:300 Schaums and Axiom agree
```

```
dd:=expandLog cc
```

```
--R
```

```
--R (4)  0
```

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

**3 [1]:14.301**  $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + a^3}$

$$\int \frac{x^2}{x^3 + a^3} = \frac{1}{3} \ln(x^3 + a^3)$$

```
<*)+=
)clear all
```

```
--S 9
```

```
aa:=integrate(x^2/(x^3+a^3),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      3      3
--R      log(x  + a )
```

```
--R (1)  -----
```

```
--R      3
```

```
--R
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 10
```

```
bb:=1/3*log(x^3+a^3)
```

```
--R
```

```
--R      3      3
--R      log(x  + a )
```

```
--R (2)  -----
```

```
--R      3
```

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 11      14:301 Schaums and Axiom agree
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R (3)  0
```

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

4 [1]:14.302

$$\int \frac{dx}{x(x^3 + a^3)}$$

$$\int \frac{1}{x(x^3 + a^3)} = \frac{1}{3a^3} \ln\left(\frac{x^3}{x^3 + a^3}\right)$$

(\*)+=  
)clear all

--S 12

aa:=integrate(1/(x\*(x^3+a^3)),x)

--R

--R

$$\text{(1) } \frac{-\log(x^3 + a^3) + 3\log(x)}{3a^3}$$

--R

--R

--R

--R

--E

Type: Union(Expression Integer,...)

--S 13

bb:=1/(3\*a^3)\*log(x^3/(x^3+a^3))

--R

$$\text{(2) } \frac{\log\left(\frac{x^3}{x^3 + a^3}\right)}{3a^3}$$

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--E

Type: Expression Integer

--S 14

cc:=aa-bb

--R

--R

$$\text{(3) } \frac{-\log(x^3 + a^3) + 3\log(x) - \log\left(\frac{x^3}{x^3 + a^3}\right)}{3a^3}$$

--R

--R

--R

--R

--R

--E

```
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 15      14:302 Schaums and Axiom agree
dd:=expandLog cc
--R
--R      (4)  0
--R                                         Type: Expression Integer
--E
```



5 [1]:14.303  $\int \frac{dx}{x^2(x^3 + a^3)} dx$

$$\int \frac{1}{x^2(x^3 + a^3)} = -\frac{1}{a^3x} - \frac{1}{6a^4} \ln \frac{x^2 - ax + a^2}{(x+a)^2} - \frac{1}{a^4\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x - a}{a\sqrt{3}}$$

(\*)+≡  
)clear all

--S 15

aa:=integrate(1/(x^2\*(x^3+a^3)),x)

--R

--R

--R (1)

$$-x\sqrt{3} \log(x^2 - ax + a^2) + 2x\sqrt{3} \log(x+a) - 6x \operatorname{atan}\left(\frac{(2x-a)\sqrt{3}}{3a}\right) - 6a\sqrt{3}$$

-----

$$6a^4 x\sqrt{3}$$

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

--S 16

bb:=-1/(a^3\*x)-1/(6\*a^4)\*log((x^2-a\*x+a^2)/(x+a)^2)-1/(a^4\*sqrt(3))\*atan((2\*x-a)/(a\*sqrt(3)))

--R

$$-x \log\left(\frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + 2ax + a^2}\right) - 2x\sqrt{3} \operatorname{atan}\left(\frac{(2x-a)\sqrt{3}}{3a}\right) - 6a$$

-----

$$6a^4 x$$

Type: Expression Integer

--E

--S 17

cc:=aa-bb

--R

$$-\log(x^2 - ax + a^2) + 2\log(x+a) + \log\left(\frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + 2ax + a^2}\right)$$

```
--R (3) -----  
--R  
--R 4  
--R 6a  
--R  
--R Type: Expression Integer  
--E
```

```
--S 18 14:303 Schaums and Axiom agree  
dd:=expandLog cc
```

```
--R  
--R (4) 0  
--R  
--R Type: Expression Integer  
--E
```

6 [1]:14.304  $\int \frac{dx}{(x^3 + a^3)^2}$

$$\int \frac{1}{(x^3 + a^3)^2} = \frac{x}{3a^3(x^3 + a^3)} + \frac{1}{9a^5} \ln \frac{(x+a)^2}{x^2 - ax + a^2} + \frac{2}{3a^5\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x-a}{a\sqrt{3}}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 19
aa:=integrate(1/(x^3+a^3)^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R      3      3      +-+      2      2      3      3      +-+
--R      (- x  - a )\|3 log(x  - a x + a ) + (2x  + 2a )\|3 log(x + a)
--R      +
--R      +-+
--R      3      3      (2x - a)\|3      2      +-+
--R      (6x  + 6a )atan(-----) + 3a x\|3
--R      3a
--R      /
--R      5 3      8      +-+
--R      (9a x  + 9a )\|3
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 20
bb:=x/(3*a^3*(x^3+a^3))+1/(9*a^5)*log((x+a)^2/(x^2-a*x+a^2))+2/(3*a^5*sqrt(3))*atan((2
--R
--R (2)
--R      2      2      +-+
--R      x  + 2a x + a      3      3      +-+      (2x - a)\|3      2
--R      (x  + a )log(-----) + (2x  + 2a )\|3 atan(-----) + 3a x
--R      2      2      3a
--R      x  - a x + a
--R      -----
--R      5 3      8
--R      9a x  + 9a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 21
cc:=aa-bb
--R
--R
--R      2      2

```

```

--R          2          2          x  + 2a x + a
--R      - log(x  - a x + a ) + 2log(x + a) - log(-----)
--R                                                    2          2
--R                                                    x  - a x + a
--R (3) -----
--R                                     5
--R                                    9a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 22      14:304 Schaums and Axiom agree

```

```

dd:=expandLog cc

```

```

--R
--R (4)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

7 [1]:14.305  $\int \frac{x dx}{(x^3 + a^3)^2}$

$$\int \frac{x}{(x^3 + a^3)^2} = \frac{x^2}{3a^3(x^3 + a^3)} + \frac{1}{18a^4} \ln \frac{x^2 - ax + a^2}{(x+a)^2} + \frac{1}{3a^4\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x - a}{a\sqrt{3}}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 23
aa:=integrate(x/(x^3+a^3)^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R      3      3      +-+      2      2      3      3      +-+
--R      (x  + a )\|3 log(x  - a x + a ) + (- 2x  - 2a )\|3 log(x + a)
--R      +
--R      3      3      (2x - a)\|3      2      +-+
--R      (6x  + 6a )atan(-----) + 6a x \|3
--R                        3a
--R      /
--R      4 3      7      +-+
--R      (18a x  + 18a )\|3
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 24
bb:=x^2/(3*a^3*(x^3+a^3))+1/(18*a^4)*log((x^2-a*x+a^2)/(x+a)^2)+1/(3*a^4*sqrt(3))*atan
--R
--R (2)
--R      2      2      +-+
--R      x  - a x + a      3      3      +-+      (2x - a)\|3      2
--R      (x  + a )log(-----) + (2x  + 2a )\|3 atan(-----) + 6a x
--R      2      2      3a
--R      x  + 2a x + a
--R      -----
--R      4 3      7
--R      18a x  + 18a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 25
cc:=aa-bb
--R
--R      2      2

```

```

--R          2          2          x  - a x + a
--R      log(x  - a x + a ) - 2log(x + a) - log(-----)
--R                                                    2          2
--R                                                    x  + 2a x + a
--R (3) -----
--R                                     4
--R                                    18a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 26 14:305 Schaums and Axiom agree

dd:=expandLog cc

```

--R
--R (4) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

8 [1]:14.306  $\int \frac{x^2 dx}{(x^3 + a^3)^2}$

$$\int \frac{x^2}{(x^3 + a^3)^2} = -\frac{1}{3(x^3 + a^3)}$$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 27
aa:=integrate(x^2/(x^3+a^3)^2,x)
```

```
--R
--R
--R          1
--R (1)  - ----
--R          3      3
--R       3x  + 3a
```

Type: Union(Expression Integer,...)

```
--E
```

```
--S 28
bb:=-1/(3*(x^3+a^3))
```

```
--R
--R          1
--R (2)  - ----
--R          3      3
--R       3x  + 3a
```

Type: Fraction Polynomial Integer

```
--E
```

```
--S 29 14:306 Schaums and Axiom agree
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
--R (3)  0
```

Type: Expression Integer

```
--E
```

9 [1]:14.307  $\int \frac{dx}{x(x^3 + a^3)^2}$

$$\int \frac{1}{x(x^3 + a^3)^2} = \frac{1}{3a^3(x^3 + a^3)} + \frac{1}{3a^6} \ln\left(\frac{x^3}{x^3 + a^3}\right)$$

(\*)+=  
)clear all

--S 30

aa:=integrate(1/(x\*(x^3+a^3)^2),x)

--R

--R

--R 
$$\frac{(-x^3 - a^3)\log(x^3 + a^3) + (3x^3 + 3a^3)\log(x) + a^3}{3a^6x^3 + 3a^9}$$

--R (1) -----

--R 
$$3a^6x^3 + 3a^9$$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

--S 31

bb:=1/(3\*a^3\*(x^3+a^3))+1/(3\*a^6)\*log(x^3/(x^3+a^3))

--R

--R

--R 
$$(x^3 + a^3)\log\left(\frac{x^3}{x^3 + a^3}\right) + a^3$$

--R -----

--R (2) 
$$3a^6x^3 + 3a^9$$

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 32

cc:=aa-bb

--R

--R

--R 
$$-\log(x^3 + a^3) + 3\log(x) - \log\left(\frac{x^3}{x^3 + a^3}\right)$$

--R -----

--R (3) 
$$3a^6$$

--R



```
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 33      14:307 Schaums and Axiom agree
dd:=expandLog cc
--R
--R      (4)  0
--R                                         Type: Expression Integer
--E
```

10 [1]:14.308  $\int \frac{dx}{x^2(x^3 + a^3)^2} dx$

$$\int \frac{1}{x^2(x^3 + a^3)^2} = -\frac{1}{a^6 x} - \frac{x^2}{3a^6(x^3 + a^3)} - \frac{4}{3a^6} \int \frac{x}{x^3 + a^3}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 34
aa:=integrate(1/(x^2*(x^3+a^3)^2),x)
--R
--R
--R (1)
--R      4      3      +-+      2      2      4      3      +-+
--R      (- 2x  - 2a x)\|3 log(x  - a x + a ) + (4x  + 4a x)\|3 log(x + a)
--R      +
--R      +-+
--R      4      3      (2x - a)\|3      3      4      +-+
--R      (- 12x  - 12a x)atan(-----) + (- 12a x  - 9a )\|3
--R      3a
--R      /
--R      7 4      10      +-+
--R      (9a x  + 9a x)\|3
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 35
t1:=integrate(x/(x^3+a^3),x)
--R
--R
--R      +-+      2      2      +-+      (2x - a)\|3
--R      \|3 log(x  - a x + a ) - 2\|3 log(x + a) + 6atan(-----)
--R      3a
--R (2) -----
--R      +-+
--R      6a\|3
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 36
bb:=-1/(a^6*x)-x^2/(3*a^6*(x^3+a^3))-4/(3*a^6)*t1
--R
--R (3)
--R      4      3      +-+      2      2      4      3      +-+
--R      (- 2x  - 2a x)\|3 log(x  - a x + a ) + (4x  + 4a x)\|3 log(x + a)

```

```

--R      +
--R      +-+
--R      4      3      (2x - a)\|3      3      4      +-+
--R      (- 12x  - 12a x)atan(-----) + (- 12a x  - 9a )\|3
--R                                  3a
--R /
--R      7 4      10      +-+
--R      (9a x  + 9a x)\|3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 37      14:308 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R      (4)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

**11 [1]:14.309** 
$$\int \frac{x^m dx}{x^3 + a^3}$$

$$\int \frac{x^m}{x^3 + a^3} = \frac{x^{m-2}}{m-2} - a^3 \int \frac{x^{m-3}}{x^3 + a^3}$$

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 38      14:309 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m/(x^3+a^3),x)
--R
--R
--R      x      m
--R      ++      %L
--R      (1) | ----- d%L
--R      ++      3      3
--R           a  + %L
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

**12 [1]:14.310**  $\int \frac{dx}{x^n(x^3 + a^3)}$

$$\int \frac{1}{x^n(x^3 + a^3)} = \frac{-1}{a^3(n-1)x^{n-1}} - \frac{1}{a^3} \int \frac{1}{x^{n-3}(x^3 + a^3)}$$

```
<*)+=
)clear all
```

```
--S 39      14:310 Axiom cannot compute this integral
```

```
aa:=integrate(1/(x^n*(x^3+a^3)),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--I
```

```
--R
```

```
--I
```

```
--R
```

```
--E
```

```
)spool
```

```
)lisp (bye)
```

```
(1) | ----- d%L
      3      3      n
(a + %L )%L
```

Type: Union(Expression Integer,...)

## References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*  
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 p73